GABARITO DE PORTUGUÊS

NÚMERO - 1 ALTERNATIVA - D

NÚMERO - 2 ALTERNATIVA - B

NÚMERO - 3 ALTERNATIVA - C

NÚMERO - 4 ALTERNATIVA - D

NÚMERO - 5 ALTERNATIVA - A

NÚMERO - 6 ALTERNATIVA - C

NÚMERO - 7 ALTERNATIVA - B

NÚMERO - 8 ALTERNATIVA - A

NÚMERO - 9 ALTERNATIVA - E

NÚMERO - 10 ALTERNATIVA - C

NÚMERO - 11 ALTERNATIVA - A

NÚMERO - 12 ALTERNATIVA - A

NÚMERO - 13 ALTERNATIVA - E

NÚMERO - 14 ALTERNATIVA - C

NÚMERO - 15 ALTERNATIVA - B

GABARITO DE MATEMÁTICA

NÚMERO - 16 ALTERNATIVA - B

O resultado é dado por

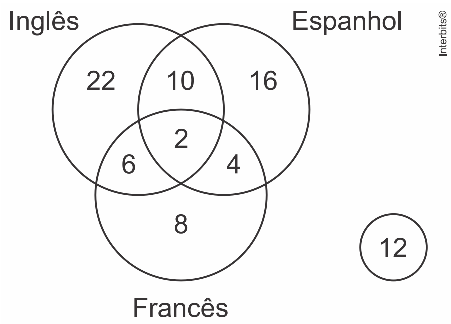
$$\binom{12}{2} = \frac{12!}{2! \cdot 10!} = 66.$$

NÚMERO - 17 ALTERNATIVA - B

O resultado corresponde ao número de arranjos simples de 5 objetos tomados 3 a 3, ou seja, $A_{5,\,3} = \frac{5!}{2!} = 60.$

NÚMERO - 18 ALTERNATIVA - D

Seja o diagrama de Venn com todas as pessoas e as línguas que falam:



Para obter a probabilidade de quem fala espanhol ou francês deve-se obter a probabilidade de quem fala espanhol mais a probabilidade de quem fala francês menos a probabilidade de quem fala espanhol e francês, ou seja:

Sabendo que o total de pessoas é $80,$ temos a seguinte probabilidade:

$$P = P_{(\text{espanhol})} + P_{(\text{francês})} - P_{(\text{espanhol} \wedge \text{francês})}$$

$$P = \frac{32}{80} + \frac{20}{80} - \frac{6}{80}$$

$$P = 0,4 + 0,25 - 0,075$$

$$P = 0,575$$

$$P = 57,5\%$$

NÚMERO - 19 ALTERNATIVA - A

Sejam O, L e $\ell,$ respectivamente, o centro da circunferência, a medida do lado do quadrado $ABCD$ e a medida do quadrado $BEFG.$ Desse modo, pelo Teorema de Pitágoras, do triângulo $OBC,$ encontramos

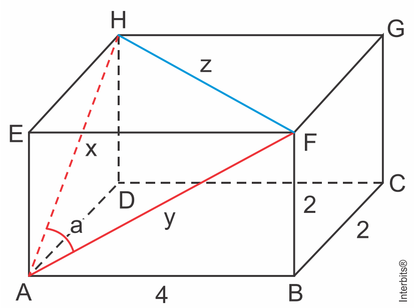
$$\overline{OC}^2 = \overline{OB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow (5\sqrt{5})^2 = \left(\frac{L}{2}\right)^2 + L^2$$
$$\Rightarrow L = 10\,cm.$$

Em consequência, pelo Teorema de Pitágoras, do triângulo $OEF,$ vem

$$\overline{OF}^2 = \overline{OE}^2 + \overline{EF}^2 \Leftrightarrow (5\sqrt{5})^2 = (\ell + 5)^2 + \ell^2$$
$$\Leftrightarrow \ell^2 + 5\ell - 50 = 0$$
$$\Rightarrow \ell = 5\,cm.$$

Portanto, segue que a resposta é $5^2 = 25\,cm^2.$

NÚMERO - 20 ALTERNATIVA - E



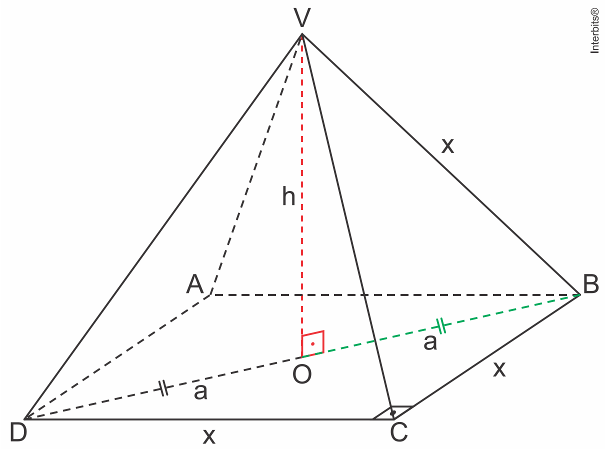
$$\Delta ABF \to y^2 = 4^2 + 2^2 \to y^2 = 20 \to y = 2\sqrt{5}$$
$$\Delta EHF \to z^2 = 4^2 + 2^2 \to z^2 = 20 \to z = 2\sqrt{5}$$
$$\Delta EHA \to x^2 = 2^2 + 2^2 \to x^2 = 8 \to x = 2\sqrt{2}$$

Lei dos Cossenos:

$$z^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cdot \cos a \to 20 = 8 + 20 - 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \cos a$$
$$8\sqrt{10} \cdot \cos a = 8 \to \cos a = \frac{1}{\sqrt{10}}$$
$$\operatorname{sen}^2 a + \cos^2 a = 1 \to \operatorname{sen}^2 a + \left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2 = 1 \to \operatorname{sen}^2 a = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \to \operatorname{sen} a = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

NÚMERO - 21 ALTERNATIVA - A

Do enunciado, temos:



No triângulo BCD,

$$(2a)^2 = x^2 + x^2$$
$$4a^2 = 2x^2$$
$$a^2 = \frac{2x^2}{4}$$

No triângulo VOB,

$$x^2 = h^2 + a^2$$
$$x^2 = h^2 + \frac{2x^2}{4}$$
$$h^2 = x^2 - \frac{2x^2}{4}$$
$$h^2 = \frac{2x^2}{4}$$
$$h = \frac{x\sqrt{2}}{2}$$

Assim, sendo V o volume da pirâmide,

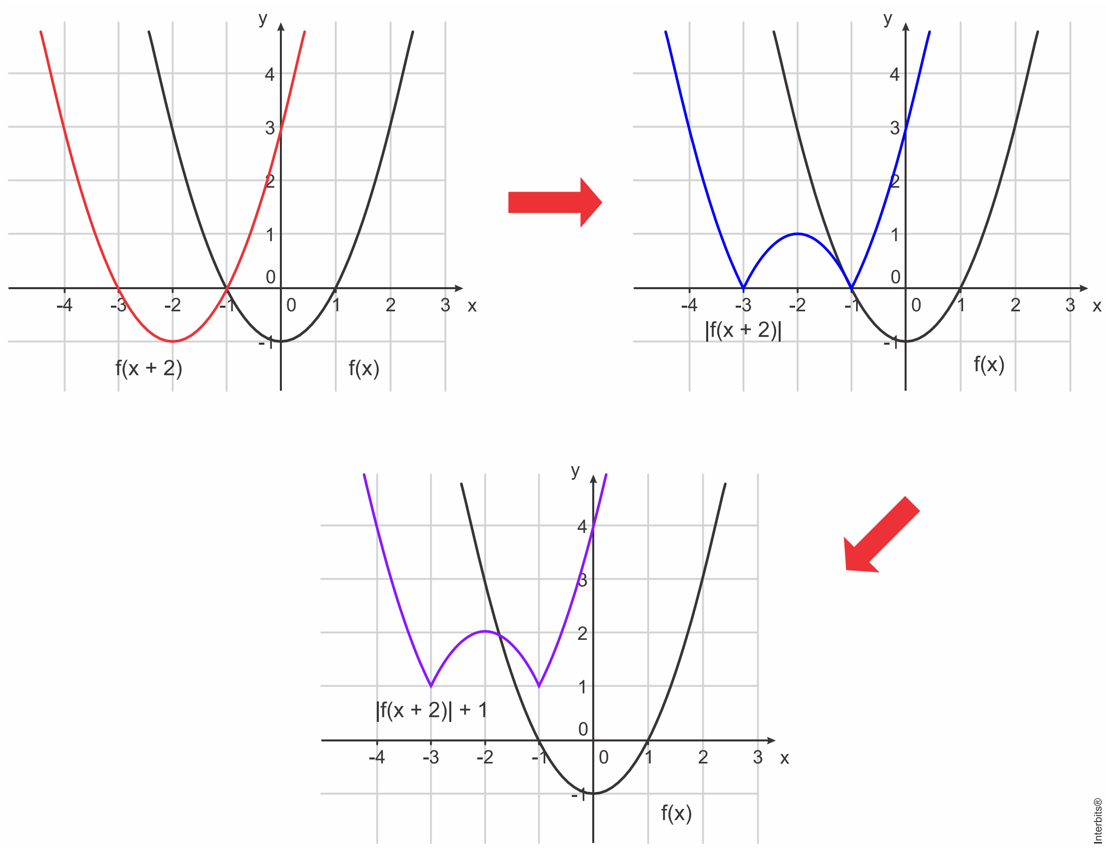
$$V = \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot h$$
$$V = \frac{1}{3} \cdot x^2 \cdot \frac{x\sqrt{2}}{2}$$
$$V = \frac{\sqrt{2} \cdot x^3}{6}$$

NÚMERO - 22 ALTERNATIVA - C

Sejam A e B dois pontos de uma circunferência λ qualquer. A única reta do plano que necessariamente passa pelo centro de λ é a mediatriz da corda determinada por A e $B.$ Em consequência, se $M = \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ é o ponto médio da corda definida por $A = (2, 3)$ e $B = (-1, 2),$ então segue que a resposta é

$$y - \frac{5}{2} = -\frac{2-(-1)}{3-2} \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 3x + y - 4 = 0.$$

NÚMERO - 23 ALTERNATIVA - B



Portanto, a resposta correta é a [B].

NÚMERO - 24 ALTERNATIVA - A

Considerando os conjuntos $X = \{1\}$ e $Y = \{1, 2\}$ que satisfazem as condições do enunciado (conjuntos finitos com $X \subset Y$ e $X \neq Y$), pode-se analisar as afirmações:

[I] FALSO. Não existe bijeção $f : X \to Y$.
[II] FALSO. Não existe função injetora $g : Y \to X$.
[III] FALSO. O número de funções injetoras $f : X \to Y$ não é igual ao número de funções sobrejetoras $g : Y \to X$.

NÚMERO - 25 ALTERNATIVA - D

Calculando a quantidade inicial, temos:

$$Q(0) = 20 \cdot 2^{1-\frac{0}{12}} \Rightarrow Q(0) = 40$$
$$60\% \text{ de } 40 = 24.$$

Logo:

$$24 = 20 \cdot 2^{1-\frac{t}{12}} \Rightarrow \frac{24}{20} = 2^{1-\frac{t}{12}} \Rightarrow \frac{12}{10} = 2^{1-\frac{t}{12}} \Rightarrow \log\frac{12}{10} = \log 2^{1-\frac{t}{12}} \Rightarrow$$

$$\log\left(2^2 \cdot 3\right) - \log 10 = \log 2^{1-\frac{t}{12}} \Rightarrow 2 \cdot \log 2 + \log 3 - \log 10 = \left(1 - \frac{t}{12}\right) \cdot \log 2 \Rightarrow$$

$$2 \cdot 0{,}3 + 0{,}48 - 1 = \left(1 - \frac{t}{12}\right) \cdot 0{,}30 \Rightarrow 1 - \frac{t}{12} = \frac{0{,}08}{030} \Rightarrow 1 - \frac{t}{12} = \frac{4}{15} \Rightarrow \frac{t}{12} = \frac{11}{15} \Rightarrow$$

$$t = \frac{44}{5} \Rightarrow t = 8{,}8 \text{ horas} \Rightarrow t = 8 \text{ h e } 48 \text{ minutos}$$

Portanto, o tempo necessário será de 8 horas e 48 minutos.

NÚMERO - 26 ALTERNATIVA - C

Escrevendo as matrizes e fazendo as multiplicações:

$$M_1 \cdot M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_4 = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

É possível perceber que a cada multiplicação, o resultado será sempre o mesmo para os elementos a_{11}, a_{21} e a_{22}. Quanto ao elemento a_{12}, este será a soma dos elementos correspondentes nas matrizes multiplicadas. Assim, o elemento a_{12} da matriz P é igual a soma $a_{12} = 1 + 2 + 3 + 4 \ldots + 21$, ou seja, uma PA de 21 elementos e razão 1. A soma de todos os elementos desta PA será $\left(\frac{1+21}{2}\right) \cdot 21 = 231$. Logo, a matriz P será:

$P = \begin{pmatrix} 1 & 231 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ e a soma de seus elementos é $1 + 231 + 0 + 1 = 233$.

NÚMERO - 27 ALTERNATIVA - A

De acordo com os dados do enunciado, pode-se escrever:

$PA \to a_n = a_1 + (n-1)\cdot r$

$PG \to b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$

$a_1 + b_2 = 3 \to a_1 + b_1 \cdot q = 3 \quad (eq.1)$

$a_4 + b_3 = 26 \to (a_4 + 3r) + b_1 \cdot q^2 = 26 \quad (eq.2)$

Fazendo $(eq.2)-(eq.1)$:

$b_1 \cdot q(q-1) + 3r = 23$

com

$b_1, q, r \in \mathbb{N}^*_+$

$q > 2$

Analisando os possíveis valores de r:

$\text{Caso } 1 \to r = 1 \to b_1 \cdot q(q-1) = 20 = 4\cdot 5 \to \begin{cases} q = 5 \\ b_1 = 1 \end{cases}$

$\text{Caso } 2 \to r = 2 \to b_1 \cdot q(q-1) = 17 \to$ número primo, sem solução

$\text{Caso } 3 \to r = 3 \to b_1 \cdot q(q-1) = 14 = 2\cdot 7 \to$ condição $q > 2$, sem solução

$\text{Caso } 4 \to r = 4 \to b_1 \cdot q(q-1) = 11 \to$ número primo, sem solução

$\text{Caso } 5 \to r = 5 \to b_1 \cdot q(q-1) = 8 = 2\cdot 4 \to$ condição $q > 2$, sem solução

$\text{Caso } 6 \to r = 6 \to b_1 \cdot q(q-1) = 5 \to$ número primo, sem solução

$\text{Caso } 7 \to r = 7 \to b_1 \cdot q(q-1) = 2 \to$ condição $q > 2$, sem solução

$\text{Caso } 8 \to r \geq 8 \to b_1 \cdot q(q-1) < 0 \to$ sem solução

NÚMERO - 28 ALTERNATIVA - D

Para que o sistema acima seja indeterminado os determinantes D_x e D_y deverão ser iguais a zero $\begin{vmatrix} a & c \\ p & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c & b \\ d & q \end{vmatrix} = 0$

Logo,

$ad - pc = cq - bd$

$d.(a+b) = c.(p+q)$

$n.c.m = c.(p+q)$

$p + q = m.n$

NÚMERO - 29 ALTERNATIVA - B

Teremos:

Relação 1:

$$\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1\to\left(\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha\right)^2=1^2\to\operatorname{sen}^4\alpha+2\cdot\operatorname{sen}^2\alpha\cdot\cos^2\alpha+\cos^4\alpha=1$$

$$\operatorname{sen}^4\alpha+\cos^4\alpha+2\cdot(\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\alpha)^2=1\to\operatorname{sen}^4\alpha+\cos^4\alpha+2\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^2=1$$

$$\operatorname{sen}^4\alpha+\cos^4\alpha=1-\frac{2}{25}\to\operatorname{sen}^4\alpha+\cos^4\alpha=\frac{23}{25}$$

Relação 2:

$$\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha=1\to\left(\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha\right)^3=1^3$$

$$\operatorname{sen}^6\alpha+3\cdot\operatorname{sen}^2\alpha\cdot\cos^2\alpha\cdot\left(\operatorname{sen}^2\alpha+\cos^2\alpha\right)+\cos^6\alpha=1$$

$$\operatorname{sen}^6\alpha+\cos^6\alpha+3\cdot(\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\alpha)^2=1\to\operatorname{sen}^6\alpha+\cos^6\alpha+3\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^2=1$$

$$\operatorname{sen}^6\alpha+\cos^6\alpha=1-\frac{3}{25}\to\operatorname{sen}^6\alpha+\cos^6\alpha=\frac{22}{25}$$

Logo,

$$\frac{\operatorname{sen}^4\alpha+\cos^4\alpha}{\operatorname{sen}^6\alpha+\cos^6\alpha}=\frac{23}{25}\div\frac{22}{25}=\frac{23}{22}$$

NÚMERO - 30 ALTERNATIVA - A

Como x e y são arcos complementares senx = cos y , seny = cosx e tgx = 1/tgy

sen (y – x) = $\frac{1}{3}$

seny.cosx – senx.cosy = $\frac{1}{3}$

cosx.cosx – senx.cosx = $\frac{1}{3}$

$\cos^2x - \operatorname{sen}^2x = \frac{1}{3}$

$\cos^2x - (1 - \cos^2x) = \frac{1}{3}$

$2.\cos^2x = \frac{1}{3} + 1$

$\cos^2x = \frac{2}{3}$

e $\operatorname{sen}^2x = 1 - \cos^2x$

logo $\operatorname{sen}^2x = \frac{1}{3}$

e $\operatorname{tg}^2x = \dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2}$

logo, $\operatorname{tg}^2y = 2$

Portanto: $tg^2y - tg^2 x = 2 - ½ = 3/2$